

## MATEMATIČKO MODELOVANJE TEMPERATURNOG POLJA KONTINUIRANO LIVENOG ČELIČNOG SLABA (PRVI DEO)

### MATHEMATICAL MODELLING OF TEMPERATURE FIELD IN THE CONTINUOUS CASTING OF STEEL SLAB (PART ONE)

R. MANOJLOVIĆ, V. JAŠOVSKI

Tehnološko-metalurški fakultet Univerziteta u Skopju, Makedonija

Primljeno: 04. 05. 2004.

#### IZVOD

U radu je određeno temperaturno polje u procesu očvršćavanja kontinuirano livenog čeličnog slaba. Promena temperatura u pojedinim tačkama čeličnog slaba direktno je praćena pomoću uronjenih termoelemenata u tečni čelik. Numeričkim metodom - metodom konačnih razlika, određene su oblasti tečne, čvrste i dvofazne zone na uzdužnim presecima čeličnog slaba.

**Ključne reči:** očvršćavanje, temperaturno polje, čelični slab, numerički metod

#### ABSTRACT

In the paper a temperature field in the continuous casting process of the steel slab was determined. The changes of the temperature in some points of the steel slab was directly followed by thermoelements inputed into the liquid steel. The liquid, solid and two phases area on the longitudinal cross-sections of the steel slab were performed using by the numerical method - finite difference method.

**Keywords:** solidification, temperature field, steel's slab, numerical method

#### UVOD

Kvalitet čeličnih slabova direktno zavisi od temperaturnog polja u oblasti očvršćavanja kontinuirano livenih čeličnih slabova. Oblik i veličina dvofazne zone utiču na formiranje takozvane primarne strukture od koje, u krajnjoj liniji, zavisi i kvalitet konačnog proizvoda. Naime, pojedine greške koje se javljaju pri formiranju primarne strukture se ne mogu odstraniti daljom preradom slaba.

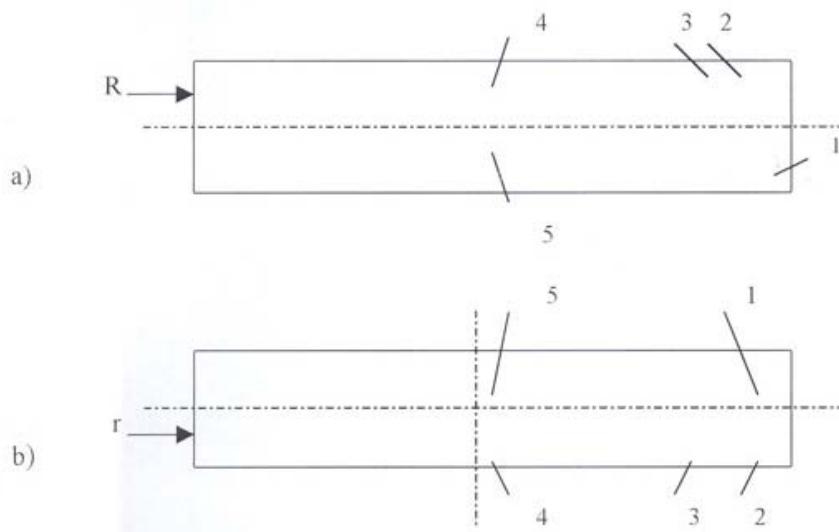
Potpuno poznavanje temperaturnog polja čeličnog slaba u toku njegovog očvršćavanja skoro da je nemoguće. Direktnim metodama se merenje tempe-

rature čelika koji očvršćava jako teško izvodi. Obično se pribegava indirektnim metodama merenja, ili se meri temperatura po površini slaba, a zatim se temperaturno polje proračunava matematičkim putem, sa većom ili manjom tačnošću, pomoću nekog od poznatih metoda.

### MERENJE TEMPERATURA SLABA PRI OČVRŠĆAVANJU

Merenje temperature izvedeno je pri očvršćavanju čeličnog slaba na radijalno-krivolinijskom uređaju za kontinuirano livenje u Skopju. Dimezije kristalizatora bile su  $1550 \times 250$  mm. Liven je čelik sledećeg hemijskog sastava: C - 0,165 %, Si - 0,337 %, Mn - 1,15 %, S - 0,017 %, P - 0,015 % i Al - 0,081 %. Temperatura tečnog čelika u međukazanu bila je  $1535^{\circ}\text{C}$ , a brzina livenja - 0,01 m/s.

Merenje je izvedeno pomoću 10 wolfram-renijumovih termoelemenata - po 5 na jednoj četvrtini većeg i manjeg radijusa poprečnog preseka slaba, kako je pri-kazano na sl.1. Termoelementi su bili zaštićeni čaurama od specijalnog stakla i čeličnim cevima, ispunjenim vatrostalnim materijalom, a zatim uronjeni u tečni čelik pomoću čeličnog pomagala, specijalno konstruisanog tako da svi termo-elementi ostanu u tačno odabranim tačkama slaba i takođe zaštićenog, zbog visoke temperature čelika [1].



*Slika 1 - Raspored wolfram-renijumovih termoelemenata na poprečnom preseku slaba a) po većem b) po manjem radijusu uređaja za kontinuirano livenje čelika*

*Figure 1 - Position of wolfram-rhenium termoelements in the slab cross-section  
a) wider b) smaller radius of the continuous casting plant*

Nakon merenja se temperature proračunavaju korišćenjem aproksimativnog polinoma:

$$E = \sum_{i=0}^8 A_i \cdot t^i \quad (1)$$

sa poznatim vrednostima konstanti  $A_i$  [2]. Tačnost određivanja temperatura na ovaj način je oko 1 %.

### MATEMATIČKO MODELOVANJE TEMPERATURNOG POLJA PRI OČVRŠĆAVANJU ČELIČNOG SLABA

Rešavanje zadatka prenosa topote najčešće podrazumeva rešavanje jednačine toploprovodnosti [3]:

$$\rho_i(T)c_{ef}(T) \frac{\partial T_i}{\partial \tau} = \operatorname{div}[\lambda_i(T_i) \operatorname{grad} T_i] \quad (2)$$

gde je  $\rho_i$  - gustina,  $\lambda_i$  - koeficijent prenosa topote,  $c_{ef}$  - efektivni specifični toplotni kapacitet,  $T$  - temperatura,  $\tau$  - vreme,  $i$  - indeks ( $i = 1$ , kada se odnosi na tečnu fazu, odnosno,  $i = 2$  kada se odnosi na čvrstu fazu).

Kada se prenos topote razmatra samo u odnosu na dve koordinate ( $x$  i  $y$ ), izraz (2) ima sledeći oblik:

$$\frac{c_i(T)\rho_i(T)}{\lambda_i(T)} \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

Računajući da se u procesu kontinuiranog livenja, nakon početnog perioda, slab kreće ravnomernom brzinom,  $w$ , onda važi:  $y = w\tau$ . Tada je:

$$w = \frac{\partial y}{\partial \tau} \quad (4)$$

Parcijalni izvod  $\frac{\partial T}{\partial \tau}$  se može izraziti i kao:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau} \quad (5)$$

Primenjujući (5) i (4) u izraz (3), dobija se:

$$\frac{c_i(T)\rho_i(T)w\frac{\partial T}{\partial y}}{\lambda_i(T)} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (6)$$

Zamenom

$$\frac{c_i(T)\rho_i(T)w}{\lambda_i(T)} = a_i(T) \quad (7)$$

izraz (6) se može srediti na sledeći način:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = a_i(T) \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (8)$$

Izvodi temperature, T, po koordinatama x i y su [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \cong \frac{T(x + \Delta x, y) - T(x, y)}{\Delta x} \quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \cong \frac{T(x, y + \Delta y) - T(x, y)}{\Delta y} \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \cong \frac{T(x + \Delta x, y) - 2T(x, y) + T(x - \Delta x, y)}{(\Delta x)^2} \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \cong \frac{T(x, y + \Delta y) - 2T(x, y) + T(x, y - \Delta y)}{(\Delta y)^2} \quad (12)$$

Zamenivši izraze (10), (11) i (12) u izraz (8), dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{T(x, y + \Delta y) - T(x, y)}{\Delta y} a_i(T) &= \frac{T(x + \Delta x, y) - 2T(x, y) + T(x - \Delta x, y)}{(\Delta x)^2} + \\ &+ \frac{T(x, y + \Delta y) - 2T(x, y) + T(x, y - \Delta y)}{(\Delta y)^2} \end{aligned} \quad (13)$$

Konačno, temperatura u tačci  $T(x, y)$  se može odrediti iz izraza:

$$T(x, y) = AI[T(x + \Delta x, y) + T(x - \Delta x, y)] + A2T[T(x, y + \Delta y) + T(x, y - \Delta y)] - A3T(x, y + \Delta y) \quad (14)$$

gde su  $A1, A2$  i  $A3$ :

$$\begin{aligned} A1 &= \frac{\frac{1}{(\Delta x)^2}}{\frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} - \frac{a_l(T)}{\Delta y}}, \quad A2 = \frac{\frac{1}{(\Delta y)^2}}{\frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} - \frac{a_l(T)}{\Delta y}}, \\ A3 &= \frac{\frac{a_l(T)}{\Delta y}}{\frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} - \frac{a_l(T)}{\Delta y}} \end{aligned} \quad (15)$$

### ODREĐIVANJE TEMPERATURNOG POLJA U OBLASTI OČVRŠĆAVANJA ČELIČNOG SLABA

Temperaturno polje u oblasti očvršćavanja čeličnog slaba određeno je na dva uzdužna preseka slaba - sredinom šire strane slaba (presek A-A) i sredinom uže strane slaba (presek B-B). Za primenu numeričkog metoda neophodno je poznavanje temperatura u tačkama po konturama datih preseka. One se proračunavaju na osnovu poznatih temperatura iz izraza [5]:

$$T_l = T_2 - q \frac{x}{\lambda} \quad (16)$$

gde je  $T_l$  - temperatura koju određujemo,  $T_2$  - poznata temperatura,  $x$  - rastojanje između tačaka sa temperaturama  $T_l$  i  $T_2$ , a  $q$  - topotni potok. Topotni potok se proračunava iz izraza [5]:

$$q = a \cdot (1 - e^{-b \frac{x}{w}}) + c \quad (17)$$

gde je sa  $w$  označena brzina livenja, dok su  $a$ ,  $b$  i  $c$  konstante, različitih vrednosti za različite strane slaba [5].

Temperature  $T(x, y)$  se dobijaju primenom metode konačnih razlika, iz sistema n-jednačina (14) sa n-nepoznatih temperatura. Primenjen je Gauss-Seidel-ov metod, pri čemu se koristi programski paket MATHEMATICA 4.0. Veličina koraka, odnosno, rastojanje izmedju tačaka čije se temperature proračunavaju je promenljiva. Tako se veličina koraka  $\Delta x$  na preseku slaba A-A kreće se od  $L_1/2$  do  $L_1/8$ , pri čemu je  $L_1$  polovina debeljine slaba. Po širini preseka B-B, veličina koraka  $\Delta y$  varira od  $L_2/2$  do  $L_2/16$ , pri čemu je  $L_2$

polovina širine slaba. Za oba preseka veličina koraka  $\Delta z$  varira od 1/2 do 1/16 m. Temperature su proračunate za 12 metara dužine slaba.

Materijal koji očvršćava utiče na proračun temperatura preko različitih parametara koji se unose u matematičke izraze. To su, pre svega, toplofizički parametri, karakteristični za čelik koji očvršćava (koeficijent prenosa toplove,  $\lambda$ , gustina,  $\rho$ , specifični toplotni kapacitet,  $c_p$ ), latentna toplopa,  $L$ , temperature na početku,  $T_{lik}$ , i na kraju procesa očvršćavanja,  $T_{sol}$ , i parametri procesa livenja čelika (brzina livenja,  $w$ , kao i uslovi hlađenja).

Vrednosti toplofizičkih parametara se u matematički model najčešće unose kao konstante za tečnu, čvrstu i dvofaznu oblast. Njihova tačnost dosta utiče na tačnost određivanja temperaturnog polja [6]. Stoga se toplofizički parametri ovde unose kako temperaturne zavisnosti, sa promenljivim vrednostima na svakih 50 °C u temperaturnom intervalu procesa očvršćavanja. Pri tome se, za tečnu i čvrstu oblast, parametar  $a_1(T)$  proračunava iz izraza (7), dok se za dvofaznu oblast koristi sledeći izraz:

$$a_2(T) = \frac{\rho(T) \left[ c_p(T) + \frac{L\Psi}{(T_{lik} - T_{sol})} \right]}{\lambda(T)} \quad (18)$$

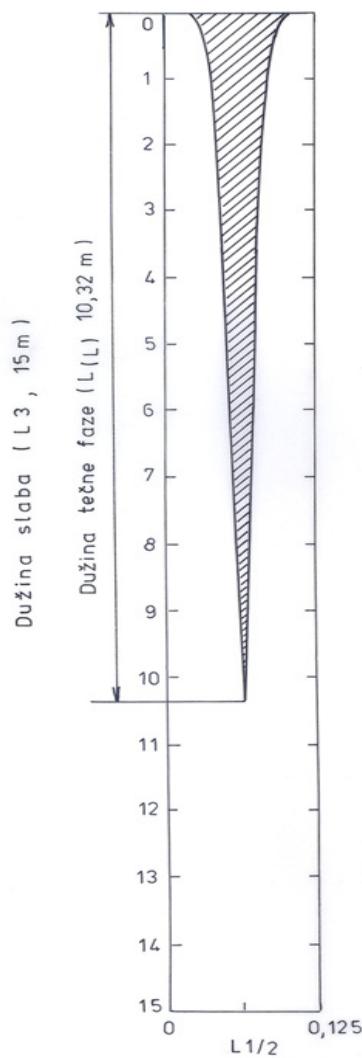
Pomoću pravila poluga je određen ideo izdvojene čvrste faze ( $\psi=1,09$ ), a temperature solidus i likvidus sa dijagrama Fe-C ( $T_{sol}=1471$  °C,  $T_{lik}=1515$  °C).

*Tabela 1 - Debljina očvrsle kore čeličnog slaba određena numeričkim metodom*  
*Table 1 - Shell thickness of steel slab determined by the numerical method*

Udaljenost od ogledala čelika	Debljina očvrsle kore [mm]		
	presek A-A		presek B-B
	manji radijus	veći radijus	
ogledalo	0	0	0
1 m	34	34	44
2 m	48	57	132
3 m	64	70	232
4 m	79	80	329
5 m	84	87	396
6 m	94	96	461
7 m	103	111	513
8 m	111	116	571
9 m	116	120	639
10 m	120	123	702
11m	123	125	741
11,65 m	125	-	775

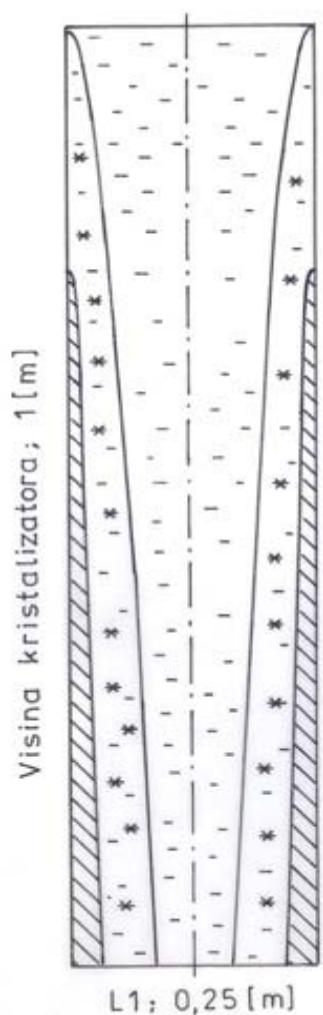
Na osnovu proračunatih temperatura određena je debљina očvrsle kore po široj i užoj strani i po manjem i većem radijusu, prikazane u tabeli I. Takođe je određena i konstanta očvršćavanja,  $k$ , koja iznosi  $3,125 \cdot 10^{-3}$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-0.5}$ ]. su određene i oblasti tečne, čvrste i dvofazne zone na uzdužnim presecima slaba.

Povezivanjem tačaka sa likvidus temperaturom, kao i tačaka sa solidus temperaturom, dobivene su krive izolikvidus i izosolidus, koje definišu veličinu i oblik dvofazne oblasti. Na slici 2 su prikazani tečna, čvrsta i dvofazna oblast na uzdužnom preseku slaba.

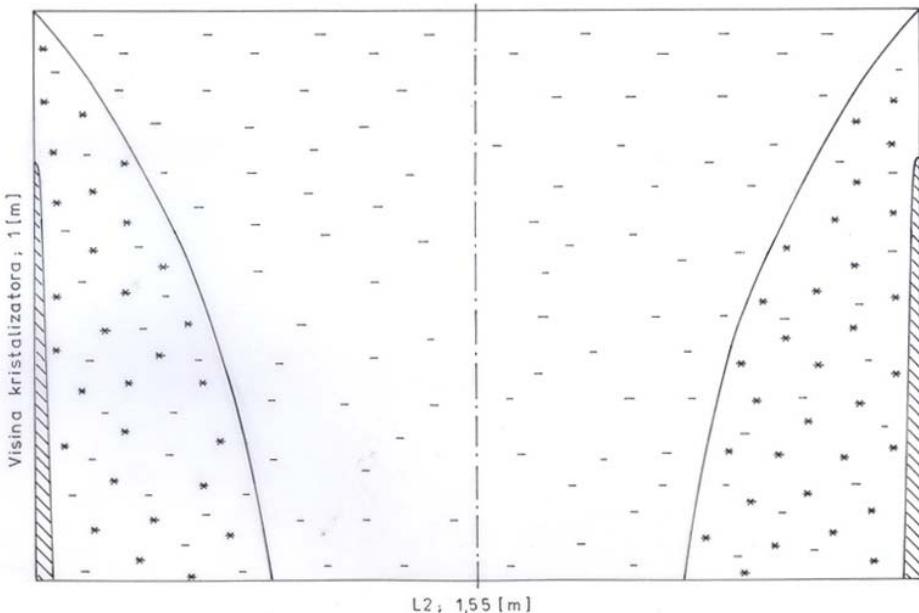


*Slika 2 - Tečna, čvrsta i dvofazna oblasti na uzdužnom preseku slaba  
Figure 2 - Liquid, solid and two-phases area on the slab longitudinal section*

Očvršćavanje slaba počinje već posle 20 cm od ogledala tečnog čelika, uz zidove kristalizatora, u oblasti najintenzivnijeg odvoda topote. Analiza dobivenih temperaturnih polja je pokazala da se temperaturna polja po manjem ( $r$ ) i po većem radijusu ( $R$ ) neznatno razlikuju. Ove razlike su rezultat specifičnosti konstrukcije radikalno-krivolinijskog uredaja za kontinuirano livenje. Tako, temperatura slaba na izlazu iz kristalizatora na površini uže strane slaba po manjem radijusu opada za  $135^{\circ}\text{C}$ , po većem radijusu za  $145^{\circ}\text{C}$ , a na površini šire strane -  $95^{\circ}\text{C}$ . U centralnom delu slaba na izlazu iz kristalizatora temperatura opada za samo  $5^{\circ}\text{C}$ . Temperaturno polje po sredini uže i po sredini šire strane kristalizatora prikazane su na slici 3 i slici 4.



*Slika 3 - Tečna, čvrsta i dvofazna oblasti po sredini uže strane kristalizatora  
Figure3- Liquid, solid and two-phases area in the middle of the smaller side of  
the crystallizer*



*Slika 4 - Tečna, čvrsta i dvofazna oblasti po sredini šire strane kristalizatora*  
*Figure 4 - Liquid, solid and two-phases area in the middle of the wider side of the crystallizer*

Slična je promena temperature u celoj oblasti očvršćavanja slaba. ^elični slab po manjem radijusu očvršćava potpuno posle 11,65 m, dok dužina tečne faze u centralnom delu slaba po većem radijusu iznosi 10,82 m.

Unošenje parametara  $a_1$  i  $a_2$ , kao temperaturnih zavisnosti umesto konstanti utiče na tačnost određivanja temperatura. Sve temperature se proračunavaju unošenjem tačnih vrednosti parametra  $a_1$ , različitih za svakih 50 °C. Tako, temperatura u istoj tačci mreže proračunata unošenjem aproksimativne vrednosti  $a_1$ , (konstanta, dobivena kao srednja aritmetička vrednost temperaturnog intervala između 800 i 1550 °C), otstupa za 15,8 % od temperature dobijene unošenjem tačne vrednosti. U slučaju kada je vrednost parametra  $a_1$  konstanta, dobivena kao srednja aritmetička vrednost tempe-raturnog intervala između temperatura solidus i likvidus, otstupanje je 4,3 %.

Razrađena metodologija se može iskoristiti za proračun temperaturnog polja čelika koji očvršćava, bilo da se radi o drugom tipu čelika, ili drugim uslovima procesa očvršćavanja. Pri tome je potrebno uneti nove vrednosti toplofizičkih parametara čelika, kao i vrednosti parametara koji karakterišu proces livenja i uslove hlađenja.

Oblik i veličina dvofazne zone, kao rezultat vođenja procesa livenja i primarnog i sekundarnog hlađenja, mogu biti uzrok pojave različitih defekata

slaba. S obzirom da temperaturno polje ima primarni uticaj na kvalitet slabova, obezbeđivanjem optimalnih uslova u oblasti očvršćavanja može se ublažiti ili sprečiti pojava različitih grešaka kontinuirano livenih čeličnih slabova.

## ZAKLJUČAK

Primenom numeričkog metoda određene su debljine očvrsle kore po široj i užoj strani slaba, kao i tečna, čvrsta i dvofazna zone u oblasti očvršćavanja čeličnog slaba po sredini uže i po sredini šire strane slaba.

U proračunima su iskorišćene eksperimentalno određene temperature, a toplofizički parametri se, umesti konstanti, karakterističnih za svaku fazu, u matematički model unose kao temperaturne zavisnosti. Ovo omogućava veću tačnost proračunatih temperatura za približno 4,3 %.

Poznavanje temperaturnog polja se može iskoristiti za analizu toplofizičkih pojava u procesu očvršćavanja, kao i za analizu kvaliteta čeličnih slabova. Obezbeđivanje optimalnih uslova procesa livenja i očvršćavanja može ublažiti ili sprečiti pojavu različitih grešaka čeličnih slabova.

## LITERATURA

- [1] V. Jaćovski, R. Manojlović, Ž. Taleski, N. Nikov, E. Lazarevska, JUREMA 36, Zbornik radova, Zagreb - Tuheljske Toplice, (1991), 12-15.
- [2] O.A. Gerašenko, A.N. Gordov, A.K. Eremina, V.I. Lah, Ā.T. Lucik i dr., Temperaturnie izmereni, Spravočnik, Naukova dumka, Kiev, 1989.
- [3] R. Manojlović, V. Jaćovski, XXXI Oktobarsko savetovanje rudara i metalurga, Bor, Knjiga izvoda (1999), PM 37, 152.
- [4] R. Ledli, Programirovanie i ispolzovanie včislitel'vnykh mašin, Mir, Moskva, 1966.
- [5] D.P. Efteev, I.N. Kolibalov, Neprerivnoe litie stali, Metallurgi, Moskva, 1984.
- [6] V. Jaćovski, R. Manojlović, Metalurgija, 31, 1, (1992), 21-26.